Решения задач
Теоретическая часть

1. **(5 баллов)** Для того, чтобы ночь можно было назвать “белой”, следует записать неравенство:

$$0° > h_{\text{НК}} > -6°,$$

Т.е. для белой ночи Солнце все же должно зайти под горизонт (иначе мы получим полярный день), но не должно опускаться ниже $-6°$. Распишем это неравенство как систему двух неравенств:

$$\varphi + \delta - 90° > -6°,$$
$$\varphi + \delta - 90° < 0°.$$

Подставив значение склонения из условия задачи, получим абсурдный результат: $98{,}6° < \varphi < 104{,}4°$, таких широт просто не существует (за этот вывод выставляется максимум **2 балла**). Однако следует не забывать, что мы использовали формулу для высоты в нижней кульминации в северной части неба. А стоит еще учесть и ситуацию, когда Солнце в нижней кульминации находится на юге – такую картину вполне могут увидеть жители южного полушария. Применим тогда соответствующую формулу для высоты в нижней кульминации:

$$-\varphi - \delta - 90° > -6°,$$
$$-\varphi - \delta - 90° < 0°.$$

Подставляя, получаем $-69{,}5° < \varphi < -75{,}5°$, т.е. в южном полушарии такая ситуация легко реализуется. Отметим, что использованная в решении формула не встречается в школьном учебнике, однако она легко выводится из чертежа подобно остальным формулам для высоты в кульминации. Допускается и полностью графическое решение задачи, без использования готовых формул.

2. **(5 баллов)** Трудно придумать иное решение, кроме как перебирать все месяцы по порядку и определять даты всех полнолуний. Последняя Голубая луна была 31 марта, давайте начнем отсчитывать сутки от этой даты. Тогда 1 апреля 2018 года – это 1-й день после Голубой луны, 1 мая – это 31-й день и т.д. Номера даты начала каждого месяца представлены в таблице ниже (не забываем про то, что 2020 год – високосный):

1 апреля 2018 г.	1	1 сентября 2019 г.	519
1 мая 2018 г.	31	1 октября 2019 г.	549
1 июня 2018 г.	62	1 ноября 2019 г.	580
1 июля 2018 г.	92	1 декабря 2019 г.	610
1 августа 2018 г.	123	1 января 2020 г.	641
1 сентября 2018 г.	154	1 февраля 2020 г.	672
1 октября 2018 г.	184	1 марта 2020 г.	701
1 ноября 2018 г.	215	1 апреля 2020 г.	732
1 декабря 2018 г.	245	1 мая 2020 г.	762
1 января 2019 г.	276	1 июня 2020 г.	793
1 февраля 2019 г.	307	1 июля 2020 г.	823
1 марта 2019 г.	335	1 августа 2020 г.	854
1 апреля 2019 г.	366	1 сентября 2020 г.	885
1 мая 2019 г.	396	1 октября 2020 г.	915
1 июня 2019 г.	427	1 ноября 2020 г.	946
1 июля 2019 г.	457	1 декабря 2020 г.	976
1 августа 2019 г.	488		

Полнолуния же будут повторяться через синодический месяц, т.е. через $29{,}531^d$. Следовательно, если за начало отсчета мы приняли полнолуние 31 марта, то следующее полнолуние произойдет в момент времени $29{,}531^d$, еще следующее – $2 \cdot 29{,}531^d$, затем – $3 \cdot 29{,}531^d$ и т.д. Вот список всех моментов полнолуний:

29,531	295,310	561,089	826,868
59,062	324,841	590,620	856,399
88,593	354,372	620,151	885,930
118,124	383,903	649,682	915,461
147,655	413,434	679,213	944,992
177,186	442,965	708,744	974,523
206,717	472,496	738,275	
236,248	502,027	767,806	
265,779	531,558	797,337	

К этим значениям стоило бы прибавить число от 0 до 1 – ведь мы не знаем, во сколько точно было полнолуние 31 марта 2018 года и отсчитываем от полуночи, а не от реального момента полнолуния. Однако эта прибавка не изменит ответ: как видим, значения 915,461 и 944,992 (или, максимально, 916,461 и 945,992) попадают на октябрь 2020 года. Это и будет ближайшая Голубая луна.

3. **(5 баллов)** Момент времени между двумя кульминациями – это фактически синодический период между обращением Луны и наблюдателя на меридиане вокруг центра Земли, причем оба обращения происходят в одном направлении. Тогда можно написать стандартную формулу:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_Л}.$$

При этом $T_{\oplus} = 23^h 56^m$, а не ровно 24 часа. Подставляя сидерический период Луны, получаем $S = 24^h 50^m$ **(3 балла)**. Заметим, что если взять период Земли за 24 часа, то получится немного иной ответ: $S = 24^h 55^m$. В этом случае участник получает только **2 балла**.

Данный период не является постоянным, он варьируется как в большую, так и в меньшую сторону. Причинами этого является наклон лунной орбиты к плоскости земного экватора (**1 балл**) и неравномерность движения Луны по орбите из-за ее эллиптичности (**1 балл**).

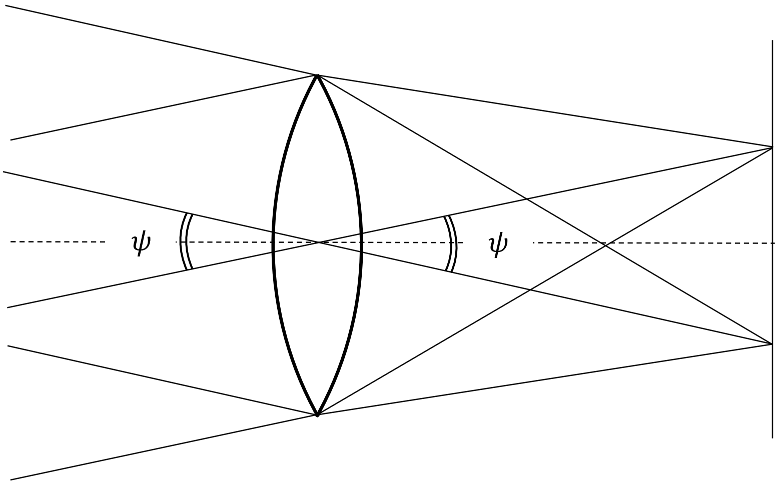
4. **(10 баллов)**

a. **(2 балла)** Не забываем, что нам даны расстояния в перицентре и апоцентре, отсчитанные от поверхности Юпитера, а не от его центра. Поэтому большая полуось орбиты будет равна $(8{,}1\ \text{млн. км} + 4200\ \text{км} + 2 \cdot 69\ 900\ \text{км})/2 = 4{,}122\ \text{млн. км}$. Впрочем, такая точность избыточна – все учитываемые расстояния очень малы по сравнению с расстоянием в апоцентре. Применим теперь третий закон Кеплера, обобщенный Ньютоном:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}} = 4{,}7 \cdot 10^6\ c = 54^d.$$

b. **(4 балла)** Определим разрешающую способность объектива: $\psi = 140''/D(mm) = 41''$. Однако за такой ответ участник олимпиады получает лишь **2 балла**. Дело в том, что присутствует еще один важный фактор, ограничивающий разрешающую способность камеры – это размеры пикселей матрицы.

Нарисуем ход лучей от двух точечных источников, разделенных углом ψ. Как видим, если смотреть из центра объектива, то угловое расстояние между двумя объектами будет равно



угловому расстоянию между их изображениями на матрице. И если расстояние между этими изображениями превысит размеры пикселя, то они попадут на разные пиксели и не сольются в одно целое. Следовательно, минимально различимый угол будет связан с размерами пикселя и фокусным расстоянием следующим образом: $\psi = d_{pix}/F \cdot\ 206\,265'' = 140''$. Это значение гораздо больше дифракционной разрешающей способности (41”), и оно будет главным ограничивающим фактором.

Заметим, что расстояние между изображениями в один пиксел – довольно условный критерий. Некоторые предлагают брать это расстояние равным двум пикселям, тогда разрешающая способность системы возрастет до 280”.

c. **(2 балла)** Минимальный размер различимых объектов будет связан с разрешающей способностью и высотой над поверхностью планеты в периджовии по следующей формуле:

$$d = h_p \cdot \sin\psi \approx h_p \cdot \psi = 4200 \text{ км} \cdot 140''/206\,265'' = 2{,}8 \text{ км}.$$

Кстати, большинство источников почему-то сообщают о минимальном размере видимых «Юноной» деталей в 15 км вместо трех, однако в научных статьях, написанных самими инженерами Juno, также упоминается детализация порядка 3 км. ***Внимание***: если участник олимпиады решил задание правильно, но подставил неправильное значение для разрешающей способности (либо вообще использовал параметр вместо числового значения), то за задание выставляется полный балл.

d. **(2 балла)** Если мы будем знать, с какой угловой скоростью ω проносится поверхность Юпитера для «Юноны» в моменты максимальных сближений, то предельное время экспозиции определится как $t = \psi/\omega$.

Теперь необходимо определить угловую скорость. Поскольку в периджовии скорость аппарата перпендикулярна радиус-вектору, то $\omega = v/h_p$.

Определим скорость в перигелии:

$$v_p = \sqrt{GM_{\text{Ю}}\left(\frac{2}{R_{\text{Ю}} + h_p} - \frac{1}{a}\right)} = 58{,}2 \text{ км/с}.$$

Тогда угловая скорость (относительно поверхности, а не центра планеты!) будет равна:

$$\omega = \frac{58{,}2 \text{ км/с}}{4200 \text{ км}} = 0{,}014 \text{ рад/с} = 2900''\ \text{с}^{-1}.$$

Получается, что за секунду экспозиции все детали на фото смажутся на 2900 угловых секунд. А нам необходимо, чтобы смаз не превышал 140″ – разрешающую способность. Следовательно, максимально возможное время экспозиции:

$$t = \frac{\psi}{\omega} = 0{,}048\ с.$$

В реальности используемое «Юноной» время экспозиции на порядок меньше, так как главным фактором, влияющим на смаз изображения, является довольно быстрое вращение «Юноны» вокруг своей оси. ***Внимание***: если участник олимпиады решил задание правильно, но подставил неправильное значение для разрешающей способности (либо вообще использовал параметр вместо числового значения), то за задание выставляется полный балл.

Наблюдательная часть

5. (5 баллов, по 0,5 за каждое созвездие)

① Кассиопея
② Андромеда
③ Пегас
④ Персей
⑤ Близнецы
⑥ Возничий
⑦ Орион
⑧ Телец
⑨ Большой Пес
⑩ Малый Пес

Анализ данных

6. (8 баллов)

a. **(2 балла)** Как видим, Марс проходил вблизи Сатурна в начале апреля, в то время как Сатурн стоял практически на месте, проходя точку стояния. Поэтому ответы с 25 марта по 5 апреля могут быть засчитаны как правильные.

b. **(2 балла)** Стояния – это точки, где планета меняет прямое движение на попятное. Марс проходил такие точки 27 июня и 26 августа. А противостояние должно быть посередине между этими моментами, в середине петли. Это произошло 27 июля. Если ответ участника олимпиады отличается от этих значений не более чем на 5 суток, то засчитывается полный балл.

c. **(2 балла)** Минимальное склонение Марса составляло $-26{,}5°$. Отметим, что участникам олимпиады следует догадаться по границам созвездий, что суточные параллели на карте представлены дугами, а не прямыми линиями. Отклонение ответа от приведенных значений в пределах 2° засчитывается за правильный ответ.

   Чтобы планету вообще было невозможно наблюдать, она должна быть невосходящим светилом. Тогда получаем широты, откуда невозможно было наблюдать Марс:

$$90° - \varphi + \delta < 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi > 63{,}5°.$$

d. **(2 балла)** Определим синодический период Сатурна:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\text{С}}},$$

$$T_{\text{С}} = 1{,}035 \text{ года}$$

Т.е. до следующего противостояния Земля пройдет по своей орбите полный оборот и еще 0,035 оборота. И следующее противостояние сместится к востоку на 0,035 долю эклиптики. А чтобы противостояние сместилось в точку летнего солнцестояния, необходимо, чтобы это смещение достигло 0,5 эклиптики. Очевидно, что для этого потребуется $0{,}5/0{,}035 \approx 14$ синодических периодов или 14,5 лет. Получается, что наилучшее для наблюдения из Беларуси противостояние произойдет в конце 2032 – начале 2033 года.

Впрочем, этот ответ можно было получить и куда более простым способом. Сатурн движется по небу медленно, описывает очень маленькие петли. Поэтому можно с хорошей точностью утверждать, что он будет в противоположной точке эклиптики через половину своего сидерического периода, а это и есть 14,5 года.